

Bevegelse langs rett linje (kap. 2 i YF)
antatt kjent, les evt. på eiga hånd

Bevegelse i 2 eller 3 dimensjonar (kap. 3 i YF)

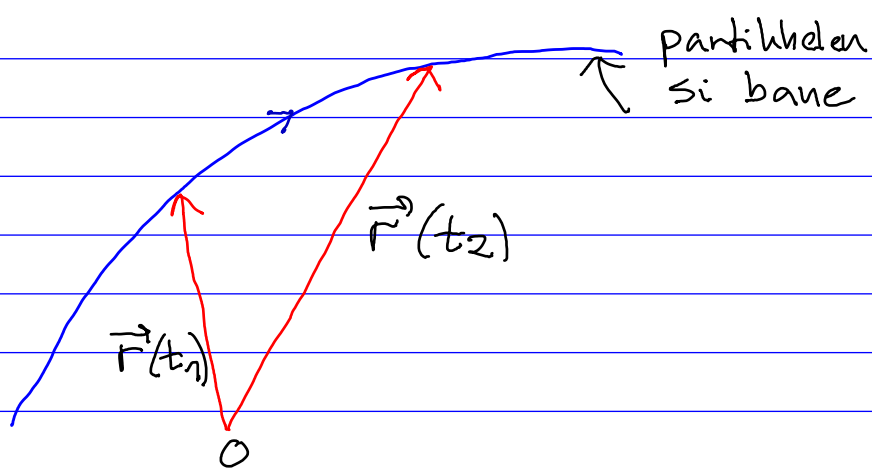
Kinematikk:

- teorien som beskriv bevegelse av punktpartiklar og meir generelle objekt
- viktige begrep i kinematikk:
posisjon, hastighet, akselerasjon
- kinematikk bryr seg ikkje med årsaken til bevegelsen, dvs. går ikkje inn på kreftene som fører til ein gitt akselerasjon.

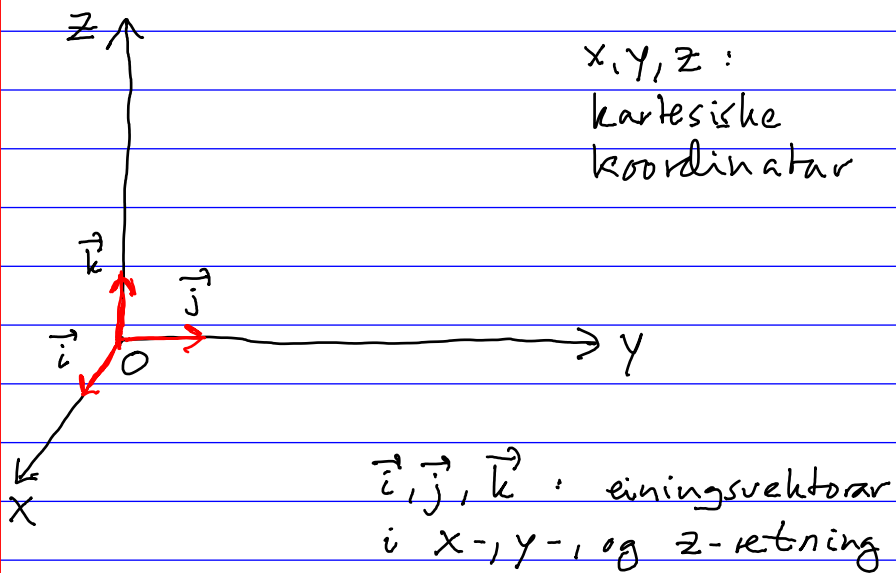
Punktpartikkel: partikkel utan rømlig utstrekning. Meir kompliserte objekt kan sjåast på som kolleksjonar av punktpartiklar.

Bevegelsen til ein partikkel kan beskrivast ved å partikkelen sin posisjon $\vec{r}$ som funksjon av (s. f. a.) tida t :

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \quad (\text{vektorfunksjon})$$



Ofte hensigtsmessig å introdusere koordinatsystem :



Kan då skrive $\vec{r}(t)$ som

$$\vec{r}(t) = x(t) \vec{i} + y(t) \vec{j} + z(t) \vec{k}$$

der $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ er hhv. komponentar av $\vec{r}(t)$ langs x -, y -, og z -aksen.

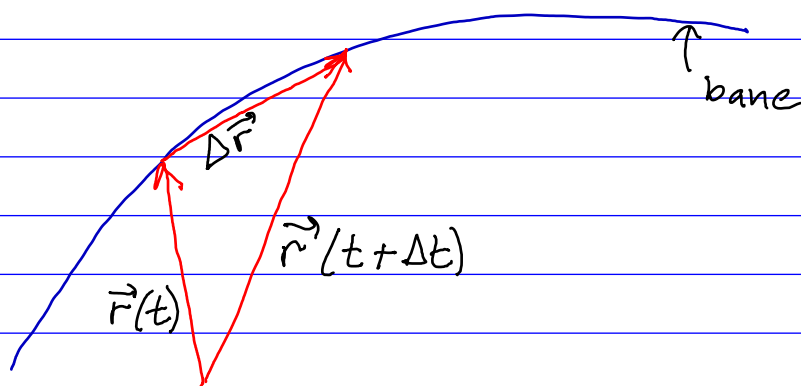
(Dersom du treng å forfriske
kunnskapen din om vektorar,
les kap. 1.7 - 1.10 i YF)

Partikkelens sin hastighet:

$$\vec{v}(t) \equiv \frac{d\vec{r}(t)}{dt} \quad \left(\begin{array}{l} \equiv \text{ betyr} \\ \text{definisjon} \end{array} \right)$$
$$\equiv \dot{\vec{r}} \quad \left(\begin{array}{l} \text{prikk over symbol betyr} \\ \text{tidsderivert} \end{array} \right)$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

$$\text{der } \Delta \vec{r} \equiv \vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)$$



I grensa $\Delta t \rightarrow 0$ vil $\Delta \vec{r}$ peke
langs bana ved tida t
∴ $\vec{v}(t)$ er tangent til bana

(∴ betyr "dvs.", "det følger at")

For å vere presis bør ein skilje mellom dei følgjande to begrepa:

- hastigheiten $\vec{v}(t)$
(engelsk: velocity)
vektorstørleik: har både lengde og retning
- farten $v(t) \equiv |\vec{v}(t)|$
(engelsk: speed)
har kun lengde

Frå $\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$
får vi

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}$$

$$= \frac{dx(t)}{dt} \vec{i} + \frac{dy(t)}{dt} \vec{j} + \frac{dz(t)}{dt} \vec{k}$$

$$= v_x(t) \vec{i} + v_y(t) \vec{j} + v_z(t) \vec{k}$$

dvs. $v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt}$: komponenten av $\vec{v}(t)$ i x-retning.

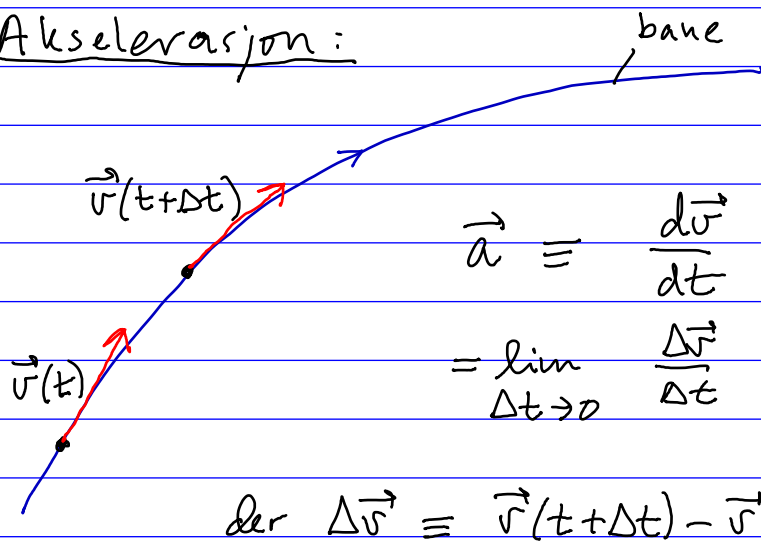
osv.

Farten kan også uttrykkest på komponent form:

$$v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

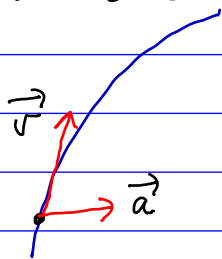
↑
Pythagoras

Akselerasjon:



$\vec{a}$ er generell ikke tangent til bane (kun dersom akselerasjonen er langs ei rett linje er $\vec{a}$ tangent til bane)

For ei krum bane peikar $\vec{a}$ mot den konkave sida:



For ei krum bane er $\vec{a} \neq 0$ sjølv om $|\vec{v}|$ er konstant (fordi $\vec{a}$ mäter ikkje berre endring i lengda på $\vec{v}$ men også endring i retninga på $\vec{v}$)

$$\begin{aligned}\vec{a} &= \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt} \frac{d\vec{r}}{dt} \\ &= \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \ddot{\vec{r}}\end{aligned}$$

$\therefore \vec{a}$ er den 2. deriverte av $\vec{r}$
m.h.p. tiden t

Frå $\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$
får vi

$$\begin{aligned}\vec{a} &= \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt} \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \vec{j} + \frac{dv_z}{dt} \vec{k} \\ &= a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}\end{aligned}$$

$\therefore a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$: x-komponent

osv.

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

Oppsummering :

Posisjon: $\vec{r}$
Hastighet: $\vec{v} = d\vec{r}/dt$
 Akselerasjon: $\vec{a} = d\vec{v}/dt$

Korleis finne $\vec{v}$ og $\vec{r}$ frå $\vec{a}$.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Dersom vi kjenner $\vec{a}$ som funksjon av t ,
dvs. $\vec{a}(t)$, kan vi finne $\vec{v}$ som funksjon
av t ved å omskrive $\vec{a} = d\vec{v}/dt$ som

$$d\vec{v} = \vec{a}(t) dt \xrightarrow{\text{integrasjon}} \int_{\vec{v}_0}^{\vec{v}_1} d\vec{v} = \int_{t_0}^{t_1} \vec{a}(t) dt$$

Ved å integrere $d\vec{r} = \vec{v}(t) dt$ kan ein så
finne $\vec{r}(t)$.

Viktig spesialtilfelle: $\vec{a}(t) = \text{konstant}$, dvs. uavhengig av t

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} \vec{v} &= \vec{v}_0 + \vec{a}t \\ \vec{r} &= \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Likninger for konstant} \\ \text{akselerasjon; bevis i øving 1} \end{array}$$

♪ noen problem er a ein funksjon av v , dvs. $a(v)$
(Da gjeld ikkje konstant-akselerasjon-løsningane !!)

Då kan ein finne v som funksjon av t
ved å omskrive $a = dv/dt$ som

$$\frac{dv}{a(v)} = dt \xrightarrow{\text{integrasjon}} \int_{v_0}^{v_1} \frac{dv}{a(v)} = \int_{t_0}^{t_1} dt$$

(sjå eksempel i øving 1)

Gitt $v(t)$ finn ein $r(t)$ ved integrasjon som før.