

# Mekanisk likevekt (YF 11.1-11.3)

Ein stiv lekam er i mekanisk likevekt dersom begge følgjande vilkår er oppfylte:

$$\sum \vec{F} = 0 \text{ (N1-trans)}$$

$$\sum \vec{\tau} = 0 \text{ (N1-rot)}$$

NB! N1-rot må vere oppfylt om eitkvart punkt.

Desse vilkåra impliserer at hastigheten til c.m. og vinkelhastigheiter er konstante.

Mest vanleg problemstilling: **Statisk likevekt**

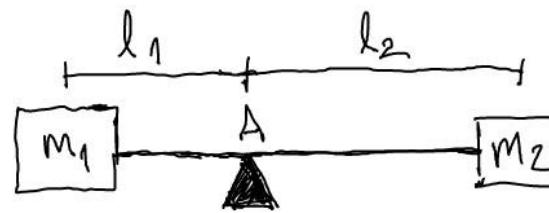
Svarer til at lekamen har verken bevegelse av c.m. eller rotasjonsbevegelse.

Dette er grunnlaget for **statikk**, som er ei grein av mekanikken.

Sentralt for å lage trygge og stabile konstruksjonar (bygningar, bruver osv.)

## Eks.: Vektstang

Likevekt mhp. rotasjon om punkt A:



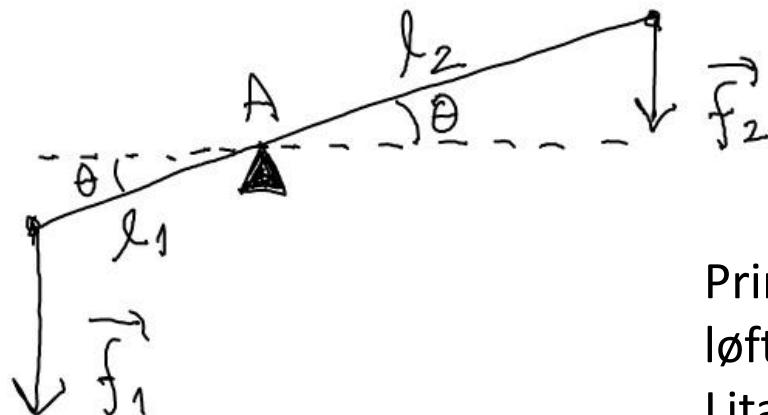
$$\sum \tau = 0 \Rightarrow m_1 g l_1 - m_2 g l_2 = 0 \Rightarrow m_1 l_1 = m_2 l_2$$

(Merk at krafta på stanga ved A har null arm om A og gir difor ikke bidrag til kraftmomentet om A. Vi har også anteke at  $m_{stang} \ll m_1, m_2$  slik at bidraget til kraftmomentet frå tyngdekrafa på stanga er neglisjerbart.)

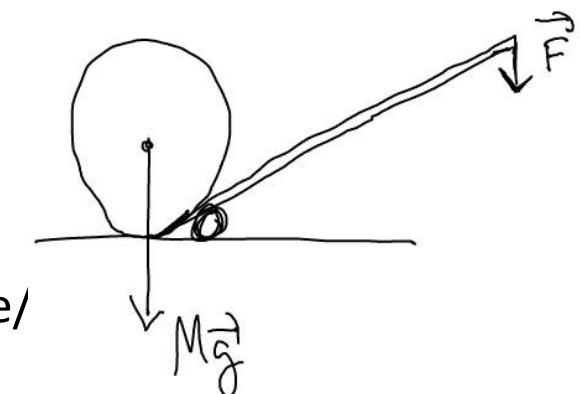
Generalisering: La kreftene vere  $\vec{f}_1$  og  $\vec{f}_2$  (begge nedover), og la vinkelen med horisontalen vere  $\theta$ . Armen til dei to kreftene om A er hhv.  $l_1 \cos \theta$  og  $l_2 \cos \theta$ .

$$\sum \tau = 0 \Rightarrow f_1 l_1 \cos \theta - f_2 l_2 \cos \theta = 0 \Rightarrow f_1 l_1 = f_2 l_2$$

«Vektstang-prinsippet»



Prinsippet gjeld t.d. for løfting med spett:  
Lita kraft ( $F$ ) kan balansere/  
løfte stort lass ( $Mg$ )



## Eks.: Stige mot vegg

3 ukjende:  $N_1, N_2, f$

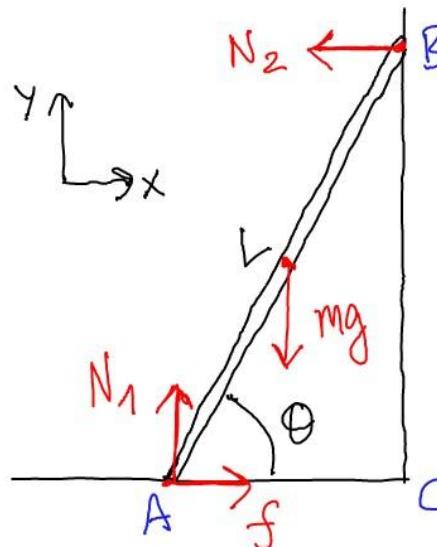
(vi antek null friksjon ved veggen)

Treng difor 3 likningar.

$$(1) \text{ N1-trans-x: } f - N_2 = 0 \Rightarrow f = N_2$$

$$(2) \text{ N1-trans-y: } N_1 - mg = 0 \Rightarrow N_1 = mg$$

$$(3) \text{ N1-rot om A: } N_2 L \sin \theta - mg \frac{1}{2} L \cos \theta = 0 \Rightarrow N_2 = \frac{mg}{2 \tan \theta} (= f)$$



$$\begin{aligned} \text{Friksjonskrafta er statisk} \quad & \Rightarrow \quad f \leq \mu_s N_1 \quad \Rightarrow \quad \frac{mg}{2 \tan \theta} \leq \mu_s mg \\ \Rightarrow \quad \mu_s \geq \frac{1}{2 \tan \theta} \quad & (\text{vilkår for statisk likevekt; ellers sklir stigen}) \end{aligned}$$

I denne utrekninga valde vi pkt. A som referansepunkt for N1-rot. Vi ville ha endt opp med same svar dersom vi hadde valt eit anna referansepunkt (t.d. B eller C). (Oppgåve: Sjekk dette!)

Lurt å velje referansepunktet slik at minst ei kraft har null arm (forenklar utrekningane).

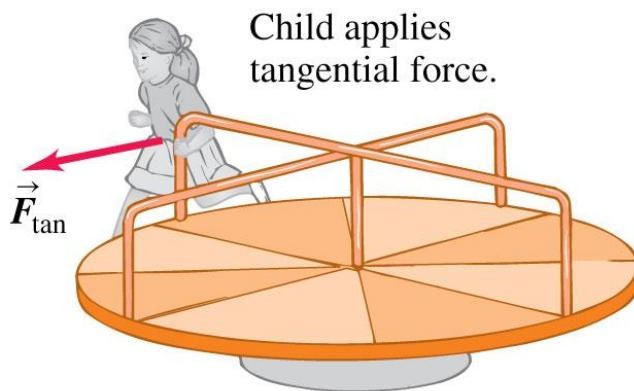
I dette eksempelet:  $N_1$  og  $f$  har null arm om A,  $N_2$  har null arm om B,  $f$  har null arm om C.  
 $\Rightarrow$  enklast rekning ved å velje A som referansepunkt.

# Arbeid i rotasjonsbevegelse

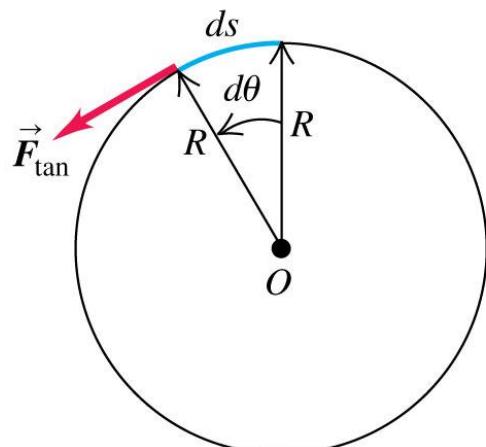
(YF 10.4)

Når karusellen roterer ein vinkel  $d\theta$ , er forflyttinga  $ds$  til punktet der tangensialkrafta verkar

(a)



(b) Overhead view of merry-go-round



$$ds = R d\theta$$

Arbeidet  $dW$  krafta gjer under forflyttinga er difor

$$dW = \vec{F}_{tan} \cdot d\vec{s} = F_{tan} R d\theta = \tau d\theta$$

der  $\tau = F_{tan}R$  er kraftmomentet til krafta om rotasjonsaksen.

Arbeidet  $W$  krafta utfører når karusellen roterer frå  $\theta = \theta_1$  til  $\theta = \theta_2$  er difor

$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tau d\theta$$

Dersom  $\tau$  er uavhengig av  $\theta$ , blir dette

$$W = \tau(\theta_2 - \theta_1) = \tau \Delta\theta$$