

TFY4108 Fysikk

Øving 4

Veiledning: Tirsdag 17. sep. kl. 10:15-12:00.

Innlevering: Fredag 20. sep. kl. 14:00.

Sentrale begreper ved løsning av oppgavene:

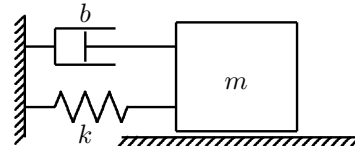
Dempet svingning (14.7), tvungen svingning og resonans (14.8), idealisert pendel (14.5), kinetisk og potensiell energi, energibevaring (7.1-7.2).

Oppgave 1. Dempet svingning

a. På grunnlag av figuren til høyre, vis hvordan man kommer fram til likningen for dempede svingninger:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad (1)$$

og finn uttrykk for γ og ω_0 .



b. Hva betyr det at et system er over-, under- eller kritisk dempet?

c. Vis at $x(t) = A e^{-\gamma t} \cos(\omega_d t + \phi)$ er en løsning av svingelikningen (1) ved å sette inn.

d. Et stempel beveger seg i en sylinder med olje med (dempet) svingetid $T_d = 2,0$ s og friksjonskoeffisient $b = 2,51$ kg/s. Stempelet veier 1,00 kg. Er stempelet over-, under- eller kritisk dempet?

e. En pendel består av en aluminiumkule festet i en 1,00 m lang tråd. Målinger gir at i løpet av 4,0 minutter vil amplituden minke fra $6,00^\circ$ til $5,40^\circ$.

i) Bestem koeffisienten γ i likningen for svak damping. (Vi regner her med konstant vinkelfrekvens.)

ii) Bestem perioden T_d for den dempede svingningen. Har dempningen noen praktisk betydning på pendelens periode?

Oppgave 2. Amplitude for tvungen svingning

Amplituden for en tvungen svingning (for tider tilstrekkelig store til at transienter har blitt dempet bort) er gitt som

$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\gamma\omega)^2}} \quad (2)$$

der F_0 og ω er hhv. amplitude og vinkelfrekvens av den ytre, harmonisk oscillerende kraften.

a. Finn et uttrykk for vinkelfrekvensen $\omega = \omega_r$ som gir maksimal amplitude. Finn denne maksimumsverdien og vis at den divergerer når $\gamma \rightarrow 0$.

b. Finn forenklete uttrykk for amplituden for små og store frekvenser (dvs. $\omega \ll \omega_0$ og $\omega \gg \omega_0$) og vis at disse er uavhengig av γ .

c. Vis at uttrykket for amplituden (2) kan omskrives som

$$z = \frac{1}{\sqrt{(1 - x^2)^2 + (2xy)^2}} \quad (3)$$

der $z = Ak/F_0$, $x = \omega/\omega_0$, og $y = \gamma/\omega_0$ er dimensjonsløse størrelser (dvs. "rene" tall uten enheter). Bruk matematisk software (f.eks. Matlab) til å plotte z som funksjon av x for noen utvalgte y -verdier mellom 0 og 1. Kommentér overensstemmelsen med resultatene du fant i a. og b.

Oppgave 3. Svingetid som funksjon av høyden over havet

Den lykkelige eier av en fin gammel bestefarklokke (pendelbasert) skal flytte fra midtbyen i Trondheim (ubetydelig over havets overflate) til et hus på Ugla som ligger ca. 200 m over havets overflate. Eieren er meget stolt av sin gamle klokke, som går og går med imponerende presisjon. Hennes bekymring er: Hvor mye vil klokka sinke, uttrykt som antall sekunder per døgn, når den flyttes til Ugla? Til bruk i overslaget synes hun å huske at jordradien er ca. 6400 km. Og Newtons gravitasjonslov samt svingelikningen for en tyngdependel har hun fått med seg.

a. Kan du hjelpe henne til å fastslå hvor mye klokka på Ugla vil sinke per døgn?

b. Heldigvis kan klokka justeres med en skrue på pendelen, som er 2,0 m lang. Hvor mange millimeter må hun forkorte pendelen for å justere for sinkingen?

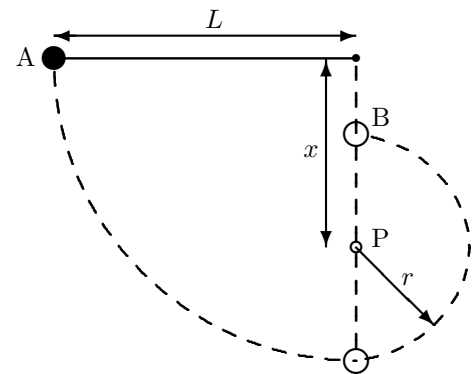
Oppgave 4. En pendel med to ulike lengder

En pendel består av ei kule med masse m i ei snor med lengde L , som vist i figuren. Pendelen trekkes ut til snora er vannrett i posisjon A, og slippes. Snora treffer en pinne P i avstand x rett under pendelens opphengingspunkt. Herfra svinger pendelen rundt denne pinnen slik at pendellengden blir kortere.

a. Bruk energibetraktning til å vise at farten til kula når den er rett over pinnen i posisjon B, blir:

$$v = \sqrt{2g(2x - L)}$$

b. Hvor stor må x være ift. L for at kula skal nå fram til posisjon B (dvs. med stram snor)?



Utvalgte fasitsvar:

1d) $\gamma = 1,25 \text{ s}^{-1}$, $\omega_0 = 3,38 \text{ s}^{-1}$, 1e) $4,4 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$, 2,01 s.

3b) 0,13 mm.

4b) $x > \frac{3}{5}L$.