

Kontinuitetsvilkår for løysingar av TUSL

Terminologi: “a er endeleg” betyr her at $|a| < \infty$

TUSL kan skrivast
$$\psi''(x) = -\frac{2m}{\hbar^2}(E - U(x))\psi(x)$$

Både E og $\psi(x)$ må vere endelege. Anta vidare at den potensielle energien $U(x)$ er endeleg.

$\Rightarrow$ Høgresida i TUSL er endeleg

$\Rightarrow$ Venstresida $\psi''(x)$ er endeleg

$\Rightarrow \psi'(x)$ er kontinuerleg

Det følgjer også at $\psi'(x)$ er endeleg

$\Rightarrow \psi(x)$ er kontinuerleg

Konklusjon:

Dersom den potensielle energien $U(x)$ er endeleg, er både $\psi(x)$ og $\psi'(x)$ kontinuerlege

Merk at for ein uendeleg djup potensialbrønn (“partikkel i boks”) er $U(x)$ uendeleg utanfor brønnen.

Ved $x = 0$ og $x = L$ blir då $\psi'(x)$ diskontinuerleg, fordi $\psi''(x)$ blir ikkje endeleg der. Difor får $\psi(x)$ ein “knekk” ved $x = 0$ og $x = L$. For alle andre verdier av x blir $\psi'(x)$ kontinuerleg.

Sidan $\psi'(x)$ er endeleg overalt blir $\psi(x)$ kontinuerleg overalt.

Konklusjon:

For “partikkel i boks” (dvs. $U(x)$ er uendeleg utanfor brønnen) blir $\psi(x)$ kontinuerleg overalt, mens $\psi'(x)$ er kontinuerleg overalt med unntak av punkta $x = 0$ og $x = L$, som gir ein “knekk” i $\psi(x)$ i dei punkta.

Desse resultata kan også finnast ved å sjå på korleis løysingane til TUSL for ein endeleg potensialbrønn med høgde U_0 oppfører seg i grensa $U_0 \rightarrow \infty$