Potensiell energi. Energibevaring

YF 7.1-7.2, 14.3

Potensiell energi (P.E.)

- Er assosiert med ei kraft (som er *konservativ*; vil bli forklart seinare)
- Er ein funksjon av posisjon
- Har «potensial» til å omformast (heilt eller delvis) til kinetisk energi ved at krafta gjer arbeid på lekamen

Potensiell energi assosiert med tyngdekrafta

Anta at kun tyngdekrafta gjer arbeid på lekamen (dersom også andre krefter verkar, antek vi at dei ikkje gjer arbeid på lekamen)

dvs. $W_{tot} = W_g.$

Bruker no $W_{tot} = \Delta K$

og $W_g = -\Delta U.$

Dette gir $\Delta K = -\Delta U$

som også kan skrivast $\Delta(K + U) = 0,$

dvs. endringa i $K + U$ er null,

m.a.o. $\boxed{K + U \text{ er bevart.}}$

(Ved å bruke $\Delta K = K_2 - K_1$ og $\Delta U = U_2 - U_1$ kan bevaringslova alternativt skrivast $K_1 + U_1 = K_2 + U_2$.)

Storleiken $K + U$, dvs. summen av kinetisk og potensiell energi, vert kalla den mekaniske energien til lekamen.

Vi har altså vist at

dersom kun tyngden gjer arbeid, er den mekaniske energien bevart

(Kun *differansar* i K og U kjem inn i denne bevaringslova.
Sidan $\Delta U = U_2 - U_1 = mg(h_2 - h_1) = mg\,\Delta h$ ikkje vert påverka av kvar ein vel nullpunktet for høgda h, kan vi velje nullpunktet slik at det gjer utrekningane så enkle som mogeleg.)

Eksempel: Sklie utan friksjon

Normalkrafta står normalt på forflyttinga
langs heile bana (dvs. $\vec{N} \cdot d\vec{s} = 0$)

$\Rightarrow$ normalkrafta gjer ikkje arbeid på lekamen
$\Rightarrow$ kun tyngden gjer arbeid
$\Rightarrow$ mekanisk energi er bevart

Vi slepp massen frå høgda h med null fart.
Kva blir farten v i botnen av bana?

På toppen av bana: $v = 0 \Rightarrow K + U = 0 + mgh = mgh$
I botnen av bana: $h = 0 \Rightarrow K + U = \frac{1}{2}mv^2 + 0 = \frac{1}{2}mv^2$

$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv^2 = mgh \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2gh}$

Merk: ei sklie med ei *anna* form vil gi *same* v dersom høgdeskilnaden h er den same.

Dersom også andre krefter gjer arbeid

Dersom det hadde vore friksjon mellom lekamen og sklia, ville ikkje K + U ha vore bevart, fordi friksjonskrafta $\vec{f}$ ville då ha gjort arbeid ($\vec{f} \cdot d\vec{s} < 0$ overalt i bana).

La oss difor sjå meir generelt på tilfellet at også andre krefter enn tyngden (t. d. friksjonskrefter) gjer arbeid. Kall dette arbeidet W_a («a» for «andre»). Då har vi

$$\Delta K = W_{tot} = W_g + W_a = -\Delta U + W_a$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\Delta(K + U) = W_a} \qquad (*)$$

Med ord: Endringa i mekanisk (kinetisk + potensiell) energi er lik arbeidet gjort av andre krefter.

(Merk at dersom $W_a = 0$ reduserer (*) til bevaring av mekanisk energi, som den bør.)

Arbeid gjort av friksjonskrefter. Bevaring av total energi

Arbeid gjort av friksjonskraft $\vec{f}$ ved forflytting $\vec{s}$: $W_f = \vec{f} \cdot d\vec{s} < 0$
(arbeidet er *negativt* sidan friksjonskrafta verkar i motsett retning av forflyttinga)

Dersom kun tyngden og friksjonskrafta gjer arbeid, er $W_a = W_f$.
Dermed: $\Delta(K + U) = W_f < 0$, dvs. mekanisk energi *minkar*.

Friksjonsarbeidet gjev *auka* **indre** energi U_{indre}
(varmeutvikling => auka kinetisk energi til atom i lekam/underlag)
dvs.

$$\Delta U_{indre} = -W_f > 0$$

$$\Rightarrow \quad \Delta(K + U) = -\Delta U_{indre}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta(K + U + U_{indre}) = 0 \qquad (**)$$

Definerer vi no den *totale* energien som summen av mekanisk og indre energi, uttrykkjer (**) at

den totale energien er bevart

Potensiell energi assosiert med elastisitet

Eksempel 1: Skyting med sprettert
- vi tilfører potensiell energi (PE) ved å strekkje gummibandet
- når vi slepp, blir steinen sett i bevegelse: omforming av PE til KE

Eksempel 2: Kloss festa i fjør
- trykk saman => tilføring av PE
- slepp => PE vert omforma til KE

Fjørkraft: $F = -kx$

På vektorform: $\vec{F} = -kx\,\vec{\imath}$ (her er $\vec{\imath}$ einingsvektoren i x-retninga)

Arbeidet fjørkrafta $\vec{F}$ gjer på klossen når denne flyttar seg $d\vec{s} = dx\,\vec{\imath}$:

$$dW_F = \vec{F} \cdot d\vec{s} = -kx\,dx\,\vec{\imath} \cdot \vec{\imath} = -kx\,dx$$

=> Arbeid når klossen flyttar seg frå $x = x_1$ til $x = x_2$:

$$W_F = \int_{x_1}^{x_2} (-kx)dx = -\left(\frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2\right)$$

Definer

$$\boxed{U = \tfrac{1}{2}kx^2}$$

<= Klossen sin potensielle energi ved utsving x frå likevekt

$$\Rightarrow \quad W_F = -(U_2 - U_1) = -\Delta U$$

Merk at dette er same relasjon mellom arbeidet til krafta og den potensielle energien assosiert med krafta (her fjørkrafta) som vi fann for tyngdekrafta tidlegare.

Dersom vi kan neglisjere andre krefter enn fjørkrafta (t. d. friksjonskraft $-bv$ som gir demping) har vi

$$W_{tot} = W_F = -(U_2 - U_1)$$

Samtidig har vi $W_{tot} = K_2 - K_1$

Dette gjev $K_1 + U_1 = K_2 + U_2$,

altså $\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}kx_2^2$

Bevaring av mekanisk energi K + U

Dersom andre krefter også gjer arbeid, blir i staden $\Delta(K + U) = W_a$ (igjen som før)