Inst. fysikk 2013

TFY4108 Fysikk
Tips for øving 11

Oppgave 1.

(b) Skriv TASL på forma $U(x)\Psi(x,t) = i\hbar\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2}$ og rekn ut høgresida. Vis at a kan veljast slik at høgresida blir lik venstresida, der $U(x) = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$.

Oppgave 2.

(a) Utrekninga blir enklast ved å gjere bruk av likning (4).

(c) Her er det lov å bruke resultat frå Oppg. 2 i øving 10, der du fann at forventningsverdien til x i alle stasjonære tilstander er $L/2$, m.a.o. $\int_{-\infty}^{\infty} dx\, x|\psi_n(x)|^2 = L/2$. Du vil måtte rekne ut eit integral i det tidsavhengige leddet, t.d. ved å bruke $\int dy\, y \sin y \sin 2y = \frac{2}{3}y\sin^3 y + \frac{1}{2}\cos y - \frac{1}{18}\cos 3y +$ konstant.

(d) Du kan finne $\langle p\rangle$ frå det generelle uttrykket $\langle F\rangle = \int dx\, \Psi^*(x,t)\hat{F}\ \Psi(x,t)$ for ein forventningsverdi og bruke $\hat{p} = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}$. Men sidan du allereie har rekna ut $\langle x\rangle$ som funksjon av t i (c), er det mykje mindre arbeid å finne $\langle p\rangle$ vha. Ehrenfests teorem, dvs. $\langle p\rangle = m\frac{d\langle x\rangle}{dt}$.

(e) Eikvar løysing av TASL kan skrivast på forma $\Psi(x,t) = \sum_n c_n\psi_n(x)e^{-iE_nt/\hbar}$. Bruk dette til å identifisere verdiane av c_n her. Sannsynlegheiten for å måle verdien E_n er $|c_n|^2$.

(f) Sidan du allereie skal ha identifisert sannsynlegheitene $|c_n|^2$ i (e) er det lettast å finne $\langle E\rangle$ ved å bruke $\langle E\rangle = \sum_n E_n|c_n|^2$.

Oppgave 3.

(a) Merk at $\Psi(x,0)$ her er identisk med $\Psi(x,0)$ i Oppg. 1 i øving 10 for $b = 2a$, det er berre parametriseringa som er forskjellig. Du kan bruke resultat derifrå om du vil.

(b) Løysinga av TASL med initialbetingelse $\Psi(x,0) = f(x)$ er $\Psi(x,t) = \sum_n c_n\psi_n(x)e^{-iEt/\hbar}$ med $c_n = \int_{-\infty}^{\infty} dx\, \psi_n^*(x)f(x)$. Kan vere nyttig: $\sin(n\pi/2) = (-1)^{(n-1)/2}$ for n odde og 0 for n like.

(c)-(d) Sjå tips for Oppg. 2 (e)-(f). Oppgitt: $\sum_{n=1,3,5,\ldots}\frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{8}$. Denne og liknande summar kan ein lett finne vha. det Mathematica-baserte gratisverktøyet WolframAlpha (www.wolframalpha.com). Med $n = 1, 3, 5, \ldots$ kan ein skrive $n = 2m+1$, der $m = 0, 1, 2, \ldots$ Mathematica-notasjonen for summen over er

```
Sum[1/(2m+1)^2,{m,0,Infinity}]
```