TFY4108 Fysikk
Øving 11

Rettleiing: Tysdag 4. nov. kl. 12:15-14:00.
Innlevering: Fredag 7. nov. kl. 14:00.

Oppgåve 1. Forventningsverdi og uvisse for x og p i dei stasjonære tilstandane for partikkel i boks.

I denne oppgåva skal du finne forventningsverdien og uvissa til dei to fysiske storleikane ("observablane") x (posisjon) og p (bevegelsesmengd) i dei stasjonære tilstandane $\Psi_n(x,t)$ for ein partikkel i ein boks.

(a) Finn $\langle x \rangle$.

(b) Finn $\langle p \rangle$.

(c) Finn $\langle x^2 \rangle$.

(d) Vis at uvissa Δx er gitt som

$$\Delta x = L\sqrt{\frac{1}{12} - \frac{1}{2\pi^2 n^2}}. \tag{1}$$

(e) Med utgangspunkt i n-avhengigheita til $|\psi_n(x)|^2$, gi ei kvalitativ forklaring for at Δx aukar med n.

(f) I grensa $n \to \infty$ ser ein frå (1) at $\Delta x \to L/\sqrt{12}$. Argumentér at i denne grensa er sannsynlegheitsfordelinga $|\psi_n(x)|^2$ essensielt uniform, og bruk dette til å gi ei alternativ utleiing av grenseverdien $L/\sqrt{12}$ for Δx.

(g) Finn $\langle p^2 \rangle$.

(h) Finn Δp.

(i) Heisenbergs uvisserelasjon for posisjon og bevegelsesmengd seier at

$$\Delta x\, \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

i alle tilstandar. Bruk uttrykka du har funne for Δx og Δp i (d) og (h) til å vise at uvisserelasjonen er tilfredsstilt for dei stasjonære tilstandane for ein partikkel i ein boks. For kva stasjonær tilstand (dvs. kva n) er $\Delta x\, \Delta p$ minst?

Oppgåve 2.

Ein partikkel i ein uendeleg djup potensialbrønn (dvs. "partikkel i boks") har ved tida $t = 0$ bølgjefunksjonen

$$\Psi(x,0) = A[\psi_1(x) + \psi_2(x)].$$

(a) Normalisér $\Psi(x,0)$ (dvs. bestem konstanten A). Plott/skissér $\Psi(x,0)$ og $|\Psi(x,0)|^2$.

(b) Finn $\Psi(x,t)$ og $|\Psi(x,t)|^2$. Er $\Psi(x,t)$ ein stasjonær tilstand?

(c) Finn $\langle x \rangle$. Du skal få at $\langle x \rangle$ oscillerer harmonisk med tida omkring midtpunktet i brønnen. Kva er amplituden og vinkelfrekvensen til oscillasjonen?

(d) Finn $\langle p \rangle$.

(e) Dersom ein måler energien til partikkelen, kva er dei mogelege verdiane ei slik måling kan gi? Kva er sannsynlegheita for kvar av dei?

(f) Finn $\langle E \rangle$.

(g) Køyr MATLAB-fila `box_non_stationary.m` og observer (1) korleis $|\Psi(x,t)|^2$ varierer med x og t og (2) korleis $\langle x \rangle$ varierer med t (sirkelen nede ved x-aksen viser $\langle x \rangle$). Bruk denne visualiseringa til å prøve å få ei betre forståing av oppførselen til desse storleikane i lys av uttrykka du fann for dei i (b) og (c).

Utvalde fasitsvar:

1a: $\langle x \rangle = L/2$ (for alle n); 1b: $\langle p \rangle = 0$ (for alle n); 1h: $\Delta p = n\pi\hbar/L$.
2a: $A = 1/\sqrt{2}$; 2b: $\Psi(x,t) = A[\psi_1(x)e^{-iE_1 t/\hbar} + \psi_2(x)e^{-iE_2 t/\hbar}]$; 2c: $\langle x \rangle = \frac{L}{2}\left[1 - \frac{32}{9\pi^2}\cos\left(\frac{E_2 - E_1}{\hbar}t\right)\right]$.